

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ОТДЕЛЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ

Одобрено на заседании
Ученого совета ИАТЭ
НИЯУ МИФИ
Протокол от 24.04.2023 №23.4

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Линейная алгебра

название дисциплины

для направления подготовки

14.03.01 Ядерная энергетика и теплофизика

код и направления подготовки

образовательная программа

Монтаж, наладка и ремонт оборудования АЭС

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2023 г.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения ООП для бакалавров обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Коды компетенций	Результаты освоения ООП <i>Содержание компетенций*</i>	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине**
ОПК-1	Способен использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	Знать: основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования Уметь: использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования Владеть: навыками использования основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применения методов математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина реализуется в рамках естественнонаучного модуля.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные на предыдущих уровнях образования:

«Математический анализ».

Дисциплины и/или практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

«Дифференциальные и интегральные уравнения».

«Линейная алгебра».

«Функциональный анализ».

«Теория вероятностей и математическая статистика».

«Векторный и тензорный анализ».

Дисциплина изучается на 1 курсе во 2 семестре.

3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Вид работы	Форма обучения					
	Очная			Заочная		
	Курс, семестр			Курс, семестр		
	1 курс, 2 семестр		Всего	№ _	№ _	Всего
Количество часов на вид работы:						
Контактная работа обучающихся с преподавателем						
Аудиторные занятия (всего)	32		32			
В том числе:						
<i>лекции</i> <i>(лекции в интерактивной форме)</i>	16		16			
<i>практические занятия</i> <i>(практические занятия в интерактивной форме)</i>	16		16			
<i>лабораторные занятия</i>						
Промежуточная аттестация						
В том числе:						
<i>зачет</i>	-					
<i>экзамен</i>	36		36			
Самостоятельная работа обучающихся						
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	76		76			
В том числе:						
<i>Проработка учебного материала</i>	20		20			
<i>Выполнение индивидуальных заданий</i>	18		18			
<i>Подготовка ко всем видам контрольных испытаний текущего контроля успеваемости</i>	18		18			
<i>Подготовка ко всем видам контрольных испытаний промежуточной аттестации</i>	20		20			

Всего (часы):	144		144			
Всего (зачетные единицы):	4		4			

4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

Для очной формы обучения

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
		Аудиторные учебные занятия			
		Лек	Сем/Пр	Лаб	СРО
1.	Матрицы, определители и системы линейных уравнений	4	4		20
1.1.	Матрицы и определители.	2	2		10
1.2.	Системы линейных уравнений	2	2		10
2.	Линейные пространства и подпространства, базис, координаты	4	4		20
2.1.	Линейные пространства. Базис и размерность. Переход от базиса к базису	2	2		10
2.2.	Подпространства. Линейная оболочка. Сумма и пересечение подпространств..	2	2		10
3.	Линейные операторы, собственные векторы.	4	4		20
3.1	Операторы и матрицы. Замена базиса.	2	2		10
3.2.	Собственные векторы. Диагональный вид матрицы оператора.	2	2		10
4	Евклидовы пространства, квадратичные формы	4	4		16
4.1	Евклидовы пространства.	1	1		6
4.2	Операторы в евклидовых пространствах.	1	1		5
4.3	Квадратичные формы и приложения.	2	2		5
	ВСЕГО:	16	16		76

Прим.: Лек – лекции, Сем/Пр – семинары, практические занятия, Лаб – лабораторные занятия, СРО – самостоятельная работа обучающихся

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

Лекционный курс

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1.	Матрицы, определители и системы линейных уравнений	
1.1.	Матрицы и определители.	Матрицы, действия над матрицами (сложение, умножение на число, произведение двух матриц, транспонирование матрицы). Определитель квадратной матрицы n -го порядка. Перестановки. Инверсия. Четность инверсии, изменение четности при перестановке двух элементов. Теорема о знаке члена определителя. Свойства определителей. Минор. Алгебраическое дополнение. Разложения определителя по строке (столбцу). Методы вычисления определителей.
1.2.	Системы линейных уравнений.	Обратная матрица. Условия существования. Нахождение обратной матрицы. Система n линейных уравнений с n неизвестными. Матричная запись. Правило Крамера. Ранг матрицы. Базисный минор. Теорема о базисном миноре. Элементарные преобразования и ранг матрицы. Теорема Кронекера Капелли. Общее решение системы. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса. Пространство решений однородной системы уравнений. Фундаментальная система решений.
2.	Линейные пространства и подпространства, базис, координаты.	
2.1.	Линейные пространства. Базис и размерность. Переход от базиса к базису	Линейные пространства. Примеры. Простейшие свойства. Линейная зависимость и независимость элементов линейного пространства. Базис. Координаты вектора в базисе. Размерность линейного пространства. Теоремы о размерности. Изоморфизм линейных пространств. Теорема об изоморфизме пространств одинаковой размерности. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису.
2.2.	Подпространства. Линейная оболочка. Сумма и пересечение подпространств.	Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка векторов. Теорема о размерности линейной оболочки. Сумма и пересечение подпространств, теорема о связи их размерностей. Прямая сумма подпространств.
3.	Линейные операторы и матрицы, собственные векторы.	

3.1.	Операторы матрицы. Замена базиса.	и Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Матричная запись оператора. Теорема о взаимно однозначном соответствии между матрицами и операторами. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Действия над линейными операторами: сложение, произведение на число. Пространство линейных операторов. Произведение операторов. Матрица произведения операторов. Обратимость операторов. Матрица обратного оператора. Условия существования обратного оператора. Ядро и образ линейного оператора. Ранг и дефект. Теорема о связи размерностей ядра и образа оператора с размерностью пространства.
3.2.	Собственные векторы. Диагональный вид матрицы оператора.	Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен оператора. Линейная независимость собственных векторов, соответствующих различным собственным значениям. Условия существования базиса из собственных векторов (условия приводимости матрицы оператора к диагональному виду).
4.	Евклидовы пространства, квадратичные формы.	
4.1	Евклидовы пространства.	Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Норма (длина) элемента. Неравенство треугольника. Угол между элементами евклидова пространства. Ортогональные элементы. Изоморфизм пространств со скалярным произведением. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Вид скалярного произведения в зависимости от выбора базиса. Свойства определителей Грама (определитель Грама линейно независимой системы векторов; неотрицательность определителя Грама). Приложения определителей Грама. Объем n -мерного параллелепипеда. Многомерная евклидова геометрия. Ортогональное дополнение. Разложение пространства со скалярным произведением в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения.

4.2	Операторы в евклидовых пространствах.	Сопряженный оператор в евклидовом пространстве. Самосопряженный оператор. Теорема о собственных значениях и собственных векторах, теорема о существовании ортонормированного базиса из собственных векторов. Ортогональный оператор: свойства, матрицы, примеры, собственные значения, теорема об общем виде оператора.
4.3	Квадратичные формы и приложения.	Билинейные формы в вещественном линейном пространстве. Квадратичная форма в вещественном линейном пространстве. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа. Закон инерции квадратичных форм. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием. Неоднородный многочлен второй степени от n переменных. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду. Классификация.

Практические/семинарские занятия

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1.	Матрицы, определители и системы линейных уравнений	
1.1.	Матрицы и определители.	Действия с матрицами. Определитель матрицы. Обратная матрица, ранг матрицы.
1.2.	Системы линейных уравнений	Системы линейных уравнений. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.
2.	Линейные пространства и подпространства, базис, координаты	
2.1.	Линейные пространства. Базис и размерность.	Линейные пространства. Размерность. Базис. Координаты вектора в базисе. Изменение координат вектора при переходе к новому базису.
2.2.	Подпространства. Линейная оболочка. Сумма и пересечение подпространств.	Линейная оболочка векторов. Применение ранга матрицы к исследованию линейной зависимости векторов и нахождению размерности подпространства. Размерность и базис суммы и пересечения подпространств.
3.	Линейные операторы и матрицы, собственные векторы.	

3.1.	Операторы матрицы. Замена базиса.	и	Линейный оператор. Матричная запись и матрица оператора. Изменение матрицы оператора при переходе к новому базису. Действия над операторами.
3.2.	Собственные векторы. Диагональный вид матрицы оператора		Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду, базис из собственных векторов.
4.	Евклидовы пространства, квадратичные формы		
4.1	Евклидовы пространства.		Пространства со скалярным произведением. Ортогонализация. Ортогональное дополнение, ортогональная составляющая. Измерение длин и углов. Матрица Грама..
4.2	Операторы в евклидовых пространствах.		Сопряженный, самосопряженный и ортогональный операторы.
4.3	Квадратичные формы и приложения.		Квадратичные формы. Приведение уравнений кривых и поверхностей 2 порядка к каноническому виду.

Лабораторные занятия не предусмотрены

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Для самостоятельной работы рекомендована обучающая компьютерная программа «Открытая математика 2.5».

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

6.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка	Наименование оценочного средства
Текущий контроль, 2 семестр			
1	Матрицы, определители, системы уравнений	ОПК-1	Контрольная работа № 1
2	Линейные пространства, базис, координаты	ОПК-1	Контрольная работа № 2
3	Линейные операторы, собственные векторы,	ОПК-1	

4	Евклидовы пространства, квадратичные формы	ОПК-1	Контрольная работа № 3
Промежуточный контроль, 2 семестр			
	Экзамен	ОПК-1	Билеты

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

6.2.1. Экзамен

6.2.1. Экзамен

а) типовые вопросы (задания):

1. Матрицы, действия над матрицами (сложение, умножение на число, произведение двух матриц, транспонирование матрицы).
2. Определитель квадратной матрицы n -го порядка. Свойства определителей. Минор. Алгебраическое дополнение. Разложения определителя по строке (столбцу). Теоремы замещения и аннулирования.
3. Обратная матрица. Условие существования. Нахождение обратной матрицы. Решение простейших матричных уравнений.
4. Ранг матрицы. Базисный минор. Линейная зависимость и независимость вектор строк (столбцов). Теорема о базисном миноре. Элементарные преобразования и ранг матрицы.
5. Системы линейных уравнений. Матричная и векторная запись системы. Системы совместные, несовместные, определенные, неопределенные. Система из n уравнений с n неизвестными. Теорема Крамера и формулы Крамера для решения квадратных систем.
6. Исследование совместности системы в терминах ранга матрицы. Теорема Кронекера - Капелли. Общее решение неоднородной системы. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
7. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Структура общего решения однородной и неоднородной системы.
8. Линейные пространства. Примеры. Линейная зависимость и независимость элементов линейного пространства. Размерность и базис линейного пространства. Теорема о разложении по базису. Координаты вектора в данном базисе.
9. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису.
10. Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка векторов. Теорема о размерности линейной оболочки. Сумма и пересечение подпространств, теорема о связи их размерностей. Прямая сумма подпространств.
11. Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Матричная запись оператора. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
12. Действия над линейными операторами: сложение, произведение на число. Произведение операторов. Матрица суммы и произведения операторов. Обратный оператор. Условие существования обратного оператора.
13. Ядро и образ линейного оператора. Ранг и дефект. Теорема о связи размерностей ядра и образа оператора с размерностью пространства.

14. Собственные значения и собственные вектора линейного оператора. Простейшие свойства. Характеристический многочлен оператора. Инвариантность характеристического многочлена. Алгоритм нахождения собственных векторов и собственных значений.

15. Оператор простой структуры. Необходимые и достаточные признаки. Приведение матрицы оператора простой структуры к диагональному виду. Каноническое разложение матрицы оператора простой структуры.

16. Евклидовы пространства. Примеры. Неравенство Коши-Буняковского. Норма (длина) вектора. Неравенство треугольника. Угол между векторами евклидова пространства.

17. Ортогональная и ортонормированная системы векторов. Теорема Пифагора. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Теорема о существовании ортонормированного базиса в евклидовом пространстве.

18. Координаты и скалярное произведение в ортонормированном базисе Матрица и определитель Грама системы векторов. Объем n -мерного параллелепипеда.

19. Ортогональное дополнение подпространства. Разложение евклидова пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения. Нахождение ортогональной проекции и ортогональной составляющей.

20. Сопряженный и самосопряженный оператор в евклидовом пространстве. Свойства собственных векторов и собственных значений самосопряженного оператора. Теорема о существовании ортонормированного базиса из собственных векторов.

21. Ортогональная матрица и ортогональный оператор в евклидовом пространстве. Основные свойства.

22. Квадратичная форма. Матрица и матричная запись квадратичной формы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Преобразование матрицы формы при невырожденной линейной замене переменных. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.

23. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием. Закон инерции квадратичных форм.

24. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Приложение к исследованию на экстремум функций многих переменных.

25. Приложение квадратичных форм к исследованию кривых второго порядка. Алгоритм приведения общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Основная теорема о кривых второго порядка.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Отлично/хорошо/удовлетворительно/неудовлетворительно

в) описание шкалы оценивания:

Оценка	Критерии оценки
--------	-----------------

<p>Отлично 36-40</p>	<p>Студент должен:</p> <ul style="list-style-type: none"> - продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; - правильно формулировать определения; - продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; - уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
<p>Хорошо 30-35</p>	<p>Студент должен:</p> <ul style="list-style-type: none"> - продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; - продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; - уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
<p>Удовлетворительно 25-29</p>	<p>Студент должен:</p> <ul style="list-style-type: none"> - продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; - уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.
<p>Неудовлетворительно 24 и меньше</p>	<p>Студент демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> - незнание значительной части программного материала; - не владение понятийным аппаратом дисциплины; - существенные ошибки при изложении учебного материала; - неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - неумение делать выводы по излагаемому материалу.

6.2.2. Рейтинговая контрольная работа №1

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Вариант 1

1. Выполнить действие:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T \times \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Найти определитель

$$\begin{vmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 1 & 5 & 7 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 0 \\ 0 & 6 & 5 & 0 \end{vmatrix}$$

3. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Выполнить действие:

$$\begin{pmatrix} 22 \\ 02 \\ 00 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Найти

определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 7 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & 0 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \end{vmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение

$$X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной при условии правильного решения не менее 4 предложенных заданий одного из вариантов.

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 20 баллами: задание (1,2) – 3 балла; задания (3–5) каждое – 4 балла.

6.2.3. Рейтинговая контрольная работа №2

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Вариант 1

1. (5) Найти координаты вектора $x = (7, -5)$ в базисе e'_1, e'_2 , если он задан в базисе

$$e_1, e_2: \quad e'_1 = e_1 + e_2, \quad e'_2 = \frac{4}{5}e_1 - e_2.$$

2. (5) Найти матрицу, область значений и ядро оператора зеркального отражения относительно плоскости $y - x = 0$.

3. (5) Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора,

заданного в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

4. (5) Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы при переходе к другому базису.

Вариант 2

1. (5) Найти координаты вектора x в базисе (e'_1, e'_2) , если он задан в базисе (e_1, e_2) : $e'_1 = e_1 + e_2, e'_2 = e_1 - 2e_2, x = (7, -5)$.

2. (5) Найти область значений и ядро линейного оператора $f: X \rightarrow X$, заданного в некотором базисе e_1, e_2, e_3 матрицей $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

3. (5) Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

4. (5) Размерность и базис линейного пространства. Теорема о разложении по базису.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной при условии правильного решения не менее 5 предложенных заданий одного из вариантов.

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 20 баллами: все задания по пять баллов.

6.2.7. Рейтинговая контрольная работа №3

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Вариант № 1

1. Ортогонализировать векторы: $\vec{f}_1 = (2, 1, 0), \vec{f}_2 = (1, -1, 1)$.

2. Дополнить до ортогонального базиса систему векторов: $\vec{f}_1 = (2, 1, 1), \vec{f}_2 = (1, 1, 3)$.

3. Построить ортонормированный базис из собственных векторов оператора $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$.

4. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}_1 = (2, -1, 3), \vec{a}_2 = (1, 1, 2)$ используя матрицу Грама.

5. Привести квадратичную форму $f(\vec{x}) = x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 + 4x_2x_3 - x_3^2$ к каноническому виду методом Лагранжа.

6. Найти ортогональную проекцию вектора $\vec{x} = (1, 2, -1)$ на подпространство L_1 с базисом

$$\vec{a}_1 = (1, 0, 1), \vec{a}_2 = (1, 2, -2)$$

7. Исследовать квадратичную форму $f(\vec{x}) = 5x_1^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 3x_2^2 - 4x_2x_3 + 3x_3^2$ на знакоопределённость.

8. Привести уравнение кривой $-4x^2 - 4y^2 + 2xy + 10x - 10y + 1 = 0$ к каноническому виду.

Вариант № 2

1. Ортогонализировать векторы: $\vec{f}_1 = (1,1,0)$, $\vec{f}_2 = (1,-2,-1)$.

2. Найти размерность и базис ортогонального дополнения к линейной оболочке векторов:

$$\vec{f}_1 = (1,1,1), \vec{f}_2 = (1,-1,1).$$

3. Построить ортонормированный базис из собственных векторов оператора $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Найти площадь параллелограмма построенного на векторах $\vec{a}_1 = (2,-1,1)$, $\vec{a}_2 = (1,3,1)$, используя матрицу Грама.

5. Привести квадратичную форму $f(\vec{x}) = 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2^2 + 8x_2x_3 + x_3^2$ к каноническому виду методом Лагранжа.

6. Привести квадратичную форму $f(\vec{x}) = 4x_1^2 - 18x_1x_2 + 4x_2^2$ к каноническому виду ортогональным преобразованием

7. Исследовать квадратичную форму $f(\vec{x}) = -8x_1^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 5x_2^2 + 2x_2x_3 - 6x_3^2$ на знакоопределённость.

8. Привести уравнение кривой $-2xy - 2x - 2y + 1 = 0$ к каноническому виду.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

Контрольная работа считается выполненной при условии правильного решения не менее 5 предложенных заданий одного из вариантов.

в) описание шкалы оценивания:

Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 20 баллами: задания (1–4) каждое по 2 балла, задания (5–8) по 3 балла.

6.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Рейтинговая оценка знаний является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков студентов по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Текущий контроль осуществляется два раза в семестр: контрольная точка № 1 (*КТ № 1*) и контрольная точка № 2 (*КТ № 2*).

Результаты текущего контроля и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Вид контроля	Этап рейтинговой системы	Балл
--------------	--------------------------	------

	Оценочное средство	Минимум	Максимум
Текущий	Контрольная точка № 1	24	40
	Контрольная работа №1	12	20
	Контрольная работа №2	12	20
	Контрольная точка № 2	12	20
	Контрольная работа №3	12	20
Промежуточный	Экзамен	20	40
	Экзаменационные билеты	20	40
ИТОГО по дисциплине		60	100

Процедура оценивания знаний, умений, владений по дисциплине включает учет успешности по всем видам заявленных оценочных средств.

Тесты по разделам проводятся на практических занятиях и включают вопросы по предыдущему разделу. Баллы выставляются преподавателем в соответствии с утвержденной шкалой оценивания.

Устный опрос проводится на каждом практическом занятии и затрагивает как тематику прошедшего занятия, так и лекционный материал. Применяется групповое оценивание ответа или оценивание преподавателем.

По окончании освоения дисциплины проводится промежуточная аттестация в виде экзамена, что позволяет оценить совокупность приобретенных в процессе обучения компетенций. При выставлении итоговой оценки применяется балльно-рейтинговая система оценки результатов обучения.

Экзамен предназначен для оценки работы обучающегося в течение всего срока изучения дисциплины и призван выявить уровень, прочность и систематичность полученных обучающимся теоретических знаний и умений приводить примеры практического использования знаний (например, применять их в решении практических задач), приобретения навыков самостоятельной работы, развития творческого мышления.

Оценка сформированности компетенций на экзамене для тех обучающихся, которые пропускали занятия и не участвовали в проверке компетенций во время изучения дисциплины, проводится после индивидуального собеседования с преподавателем по пропущенным или не усвоенным обучающимся темам с последующей оценкой самостоятельно усвоенных знаний на экзамене.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная учебная литература:

[1]. Ильин В. А. Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия : Учеб. для Вузов / В. А. Ильин, Э. Г. ; ред.: А. Н. Тихонов, В. А. Ильин, А. Г. Свешников. - 7-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2012. - 224 с. - (Курс высшей математики и математической физики) (100 экз.).

[2]. Ильин В.А. Линейная алгебра: Учеб. для вузов/ В.А. Ильин, Э.Г. Позняк; Ред. А.Н. Тихонов. -6-е изд., стереотип. - М.: Наука. Физматлит, 2010.-320 с.. -(Курс высшей математики и математической физики; Вып. 4). Экземпляры: 100.

- [3]. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Физматлит, 2007. (80 экз.).
- [4]. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: Учебное пособие для вузов. Профессия: СПб, 2005. (302 экз.).
- [5]. Линейная алгебра в примерах и задачах : учеб. пособие по курсу «Линейная алгебра» (для студентов 1 курса)/ Р. Х. Алмаев, Н. И. Кузьменко, В. В. Морозенко, О. Ф. Пятахин, А. Г. Слесарев. -Обнинск : ИАТЭ Ч. 1. -2008.-72 с. Экземпляры: 50.
- [6]. Линейная алгебра в примерах и задачах : учеб. пособие по курсу «Линейная алгебра» (для студентов 1 курса)/ Р. Х. Алмаев, Н. И. Кузьменко, В. В. Морозенко, О. Ф. Пятахин, А. Г. Слесарев. - Обнинск : ИАТЭ Ч. 2. -2008.-84 с. Экземпляры: 50.
- [7]. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые приложения. М.: Наука, 1986. (74 экз.).
- [8]. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005. (400 экз.) -- Кузнецов Л. А. Сборник заданий по высшей математике : типовые расчеты : учеб. пособие / Л. А. Кузнецов. - 12-е изд., испр. - СПб. : Лань, 2013. - 240 с. Экземпляры: 100.

б) дополнительная учебная литература:

- [1]. Гельфанд И. М. Лекции по линейной алгебре / И. М. Гельфанд. - 7-е изд. - М. : Добросвет : КДУ, 2007. - 320 с. Экземпляры: ЧЗ(1).
- [2]. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Учебник. Издательство Проспект. Издательство Московского университета, 2008.
- [3]. Плыкин Р.В. Королева Л.А. Геометрические приложения линейной алгебры. Учебное пособие. Обнинск, 1989. (98 экз.).
- [4]. Плыкин Р.В. Королева Л.А. Конечномерные векторные пространства. Учебное пособие. Обнинск, 1989.(121 экз.).
- [5]. Плыкин Р.В, Давыдова Р.Г. Введение в аналитическую геометрию и линейную алгебру. Учебное пособие. Обнинск. 1992. (112 экз.).
- [6]. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М.:Наука 1987 (240 экз.).
- [7]. Бурмистрова Е. Б. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии : учеб. пособие / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. - 2-е изд., доп. - М. : ГУ ВШЭ, 2007. - 220 с. Экземпляры: ХР(1).

8. Перечень ресурсов* информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины

Находящиеся в сети «Интернет» в свободном доступе источники [1–4] из списка основной литературы.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Курс «Линейная алгебра» относится к числу базовых математических дисциплин. Он имеет важнейшее значение для успешного изучения всех последующих дисциплин, связанных с математикой, применением ее методов в профессиональной деятельности и предусмотренных учебным планом. Для изучения линейной алгебры требуется хорошее знание школьного курса алгебры, геометрии, тригонометрии, начал анализа.

Поэтому на первых занятиях студентам даются задачи на повторение школьного курса геометрии (системы координат, вектора на плоскости и в пространстве). Образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины в аудитории (активные и интерактивные формы): лекции, семинары, консультации, индивидуальные работы, контрольные работы, экзамен, в том числе активные формы: проблемная лекция, лекция по готовому конспекту, мозговой штурм, решение типовых задач, занятия по решению проблемных и творческих задач, контрольно-корректирующие занятия. Допуск к экзамену выставляется только после защиты индивидуальных домашних заданий и сдачи контрольных работ.

Образовательные технологии, применяемые при организации внеаудиторной самостоятельной работы:

1. Самостоятельная работа с книгой и конспектом лекций.
2. Самостоятельная работа с Internet-ресурсами.
3. Самостоятельная работа по выполнению домашних работ.
4. Самостоятельная работа при подготовке к контрольным аудиторным работам.
5. Самостоятельная работа при подготовке к зачету и экзамену.

Для достаточного освоения теоретического материала по дисциплине «Линейная алгебра» студенты должны:

- ознакомиться с перечнем вопросов, относящихся к каждой теме и изучить их по конспекту лекций с учетом заметок в собственном конспекте лекций;
- выбрать источник из списка литературы, если по данной теме недостаточно материала в конспекте лекций;
- проверить полученные теоретические знания на основе результатов выполненных домашних заданий и контрольных работ.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Обучающая компьютерная программа «Открытая математика. Ознакомительная версия», свободный доступ в сети «Интернет». Рекомендуются для самостоятельной работы.

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Аудиторный и библиотечные фонды института.

12. Иные сведения и (или) материалы

12.1. Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

12.2. Формы организации самостоятельной работы обучающихся (темы, выносимые для самостоятельного изучения; вопросы для самоконтроля; типовые задания для самопроверки)

Для самостоятельного изучения: Введение в численные методы решения задач линейной алгебры (источник [2], глава 6).

Вопросы:

1. Метод простой итерации решения линейных систем.
2. Итерационный метод Зейделя решения линейных систем.
3. Метод верхней релаксации.
4. Решение полной проблемы собственных значений методом вращений.

12.3. Краткий терминологический словарь

Представляет собой либо словарь терминов с их определениями объемом до трех-пяти страниц, либо упорядоченный по алфавиту перечень ключевых слов и понятий учебной дисциплины.

Матрицы, определители, ранг матрицы, обратная матрица, система линейных уравнений, совместные и несовместные системы, однородные системы, фундаментальная система решений, линейные пространства, размерность и базис пространства, разложение по базису, координаты вектора, линейные подпространства, линейная оболочка векторов, линейный оператор, матрица оператора, переход к другому базису, матрица перехода, алгебра операторов, обратный оператор, ранг и дефект оператора, ядро и образ оператора, инвариантные подпространства, собственные вектора и собственные значения, оператор простой структуры, характеристический многочлен оператора, евклидовы пространства, неравенство Коши- Буняковского, ортонормированные системы векторов, ортогонализация Грамма-Шмидта, ортогональное дополнение подпространства, самосопряженные операторы, квадратичные формы, приведение к каноническому виду, знакоопределенные формы, критерий Сильвестра, исследование кривых и поверхностей второго порядка,

к
а
н
о
н
и
ч
е
с
к
и
е

у
р
а
в
н
е